|  |  |
| --- | --- |
| **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 7-2: ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΝ ΤΡΟΠΟ ΕΥΡΕΣΗΣ ΤΗΣ ΚΡΙΣΙΜΗΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ ΕΡΓΟΥ** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Η κρίσιμη διαδρομή (critical path) παρουσιάζει μεγάλο ενδιαφέρον για τους Υπεύθυνους Συντονιστές. Οι δραστηριότητες της κρίσιμης διαδρομής είναι οι δραστηριότητες εκείνες που πρέπει να υλοποιηθούν χωρίς καθυστέρηση προκειμένου το συνολικό Έργο να περατωθεί στον προγραμματισμένο χρόνο. Εάν οποιαδήποτε από τις δραστηριότητες της κρίσιμης διαδρομής καθυστερήσει, τότε το συνολικό Έργο θα περατωθεί με καθυστέρηση! Για το λόγο αυτό, οι δραστηριότητες της κρίσιμης διαδρομής αντιμετωπίζονται με τη μεγαλύτερη προσοχή από την Ομάδα Διαχείρισης του Έργου. Οι μη κρίσιμες δραστηριότητες έχουν κάποιο περιθώριο καθυστέρησης που δεν επηρεάζει το χρόνο ολοκλήρωσης του συνολικού Έργου.Υποθέτοντας ότι εξετάζουμε ένα συγκεκριμένο Έργο και ότι έχουμε καταστρώσει το παρακάτω διάγραμμα PERT για το Έργο αυτό, θα προχωρήσουμε στην εξέταση των βημάτων που πρέπει να ακολουθήσει κανείς για να βρει την κρίσιμη διαδρομή και να υπολογίσει άλλες χρήσιμες πληροφορίες για το Έργο.http://www.publicprocurementguides.treasury.gov.cy/OHS-GR/HTML/embim1069.png**Σχήμα 1: Διάγραμμα PERT συγκεκριμένου έργου**

|  |  |
| --- | --- |
| *Βήμα 1* | Διατρέξτε το διάγραμμα κατά την ορθή φορά (από την έναρξη προς τη λήξη), υπολογίζοντας τον *νωρίτερο χρόνο*(ΝΧ) για κάθε γεγονός (κόμβο). Με άλλα λόγια, ποιος είναι ο νωρίτερος χρόνος στον οποίο θα έχουν περατωθεί όλες οι δραστηριότητες που εισέρχονται σε έναν κόμβο; Για να βρείτε τον ΝΧ, εξετάστε όλες τις δραστηριότητες που εισέρχονται σε έναν κόμβο. Ο ΝΧ είναι ο αργότερος από τους χρόνους άφιξης των εισερχόμενων τόξων, δηλαδή ΝΧ = max [(ΝΧ κόμβου στην αφετηρία του τόξου) + (διάρκεια τόξου)], για όλα τα εισερχόμενα τόξα. Εξ ορισμού, ο ΝΧ του αρχικού κόμβου είναι μηδέν. |
| *Βήμα2* | Διατρέξτε το διάγραμμα κατά την αντίστροφη φορά (από τη λήξη προς την έναρξη), υπολογίζοντας τον *αργότερο χρόνο*(ΑΧ) για κάθε γεγονός (κόμβο). Με άλλα λόγια, ποιος είναι ο αργότερος χρόνος στον οποίο πρέπει να ξεκινήσουν οι εξερχόμενες δραστηριότητες χωρίς να προκαλέσουν την καθυστερημένη άφιξη κάποιας από τις δραστηριότητες αυτές στον επόμενο κόμβο; Για να βρείτε τον ΑΧ, εξετάστε όλες τις δραστηριότητες που εξέρχονται από έναν κόμβο. Ο ΑΧ είναι ο νωρίτερος από τους χρόνους εξόδου για τα εξερχόμενα τόξα, δηλαδή ΑΧ = min [(ΑΧ του κόμβου στο πέρας του τόξου) − (διάρκεια τόξου)], για όλα τα εξερχόμενα τόξα.  Εξ ορισμού, ο ΑΧ του τελικού κόμβου ισούται με τον ΝΧ αυτού. |
| *Βήμα 3* | Υπολογίστε το *περιθώριο καθυστέρησης κόμβου* (ΠΚΚ) για κάθε κόμβο (γεγονός). Το περιθώριο αυτό είναι ο χρόνος κατά τον οποίο το γεγονός θα μπορούσε να μετατοπιστεί αργότερα από τον ΝΧ (δηλ. να καθυστερήσει), χωρίς να προκαλέσει προβλήματα στα γεγονότα που έπονται αυτού στο διάγραμμα. ΠΚΚ = ΑΧ − ΝΧ, για κάθε κόμβο. |
| *Βήμα 4* | Υπολογίστε το *συνολικό περιθώριο καθυστέρησης τόξου* (ΠΚΤ) για κάθε τόξο (δραστηριότητα).  Το περιθώριο αυτό είναι ο χρόνος κατά τον οποίο η δραστηριότητα θα μπορούσε να μετατοπιστεί αργότερα από τον ΝΧ του κόμβου στην αφετηρία του τόξου, χωρίς να προκαλέσει προβλήματα στη συνέχεια.  ΠΚΤ = (ΑΧ του κόμβου στην αφετηρία του τόξου) − (ΝΧ του κόμβου στο πέρας του τόξου) − (διάρκεια τόξου). |
| *Βήμα 5* | Η κρίσιμη διαδρομή συνδέει τους κόμβους με ΠΚΚ = 0 μέσω των τόξων με ΠΚΤ = 0. |

Το γεγονός ότι η κρίσιμη διαδρομή συνδέει  τους κόμβους και τα τόξα που έχουν μηδενικό περιθώριο καθυστέρησης δεν θα πρέπει να μας εκπλήσσει. Εάν υπήρχε περιθώριο καθυστέρησης, τότε η δραστηριότητα δεν χρειάζεται να περατωθεί στον προγραμματισμένο χρόνο, δηλ. το ακριβώς αντίθετο από τον ορισμό της κρίσιμης διαδρομής!  **Ως παράδειγμα, ας βρούμε την κρίσιμη διαδρομή για το διάγραμμα PERT του Σχήματος 1.** Προσέξτε ότι στο Βήμα 1 υπονοείται μία συγκεκριμένη σειρά κατά την οποία μπορεί να γίνει ο υπολογισμός των ΝΧ. Για παράδειγμα, δεν είναι δυνατόν να υπολογιστεί ο ΝΧ του κόμβου D πριν βρεθεί ο ΝΧ του κόμβου B. Ο αρχικός κόμβος στο Σχήμα 1 είναι ο κόμβος A, και εξ ορισμού ο ΝΧ του αρχικού κόμβου είναι 0. Για να υπολογίσουμε τον ΝΧ ενός κόμβου, πρέπει να γνωρίζουμε τον ΝΧ στην αρχή κάθε εισερχόμενου τόξου, επομένως στη συνέχεια μπορούμε μόνο να υπολογίσουμε τον ΝΧ του κόμβου Β. Αυτό είναι απλό, καθώς υπάρχει μόνο ένα εισερχόμενο τόξο, από τον κόμβο Α, επομένως ΝΧ(B) = ΝΧ(A) + (διάρκεια τόξου A-B) = 0 + 4 = 4. Ακολουθεί ο υπολογισμός του ΝΧ για όλους τους κόμβους:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ΝΧ(A) | = Αρχικός κόμβος | = 0 |
| ΝΧ(B) | = ΝΧ(A)+(διάρκεια A-B) | = 0+4 = 4 |
| ΝΧ(D) | = max{ΝΧ(A)+(διάρκεια A-D), ΝΧ(B)+(διάρκεια B-D)} | = max{0+4, 4+5} = 9 |
| ΝΧ(C) | = ΝΧ(B)+(διάρκεια B-C) | = 4+5 = 9 |
| ΝΧ(E) | = max{ΝΧ(D)+(διάρκεια D-E), ΝΧ(B)+(διάρκεια B-E), ΝΧ(C)+(διάρκεια C-E)} | = max{9+7, 4+8, 9+6} = 16 |
| ΝΧ(F) | = max{ΝΧ(D)+(διάρκεια D-F), ΝΧ(E)+(διάρκεια E-F)} | = max{9+9, 16+10} = 26 |
| ΝΧ(G) | = max {ΝΧ(E)+(διάρκεια E-G), ΝΧ(C)+(διάρκεια C-G)} | = max{16+7, 9+4} = 23 |
| ΝΧ(H) | = max{ΝΧ(F)+(διάρκεια F-H), ΝΧ(E)+(διάρκεια E-H), ΝΧ(G)+(διάρκεια G-H)} | = max {26+3, 16+3, 23+5} = 29 |

 Ο συντομότερος χρόνος στον οποίο μπορεί να ολοκληρωθεί το Έργο είναι τώρα γνωστός: είναι ίδιος με τον ΝΧ του τελικού κόμβου, του κόμβου Η, δηλ. 29 ημέρες. Πρέπει όμως να εκτελέσουμε και τα 4 υπόλοιπα βήματα του αλγόριθμου προκειμένου να προσδιορίσουμε με βεβαιότητα την κρίσιμη διαδρομή.Η αντίστροφη κίνηση πάνω στο διάγραμμα, σύμφωνα με το Βήμα 2, ξεκινά από τον τελικό κόμβο Η. Εξ ορισμού, ο ΑΧ του τελικού κόμβου ισούται με τον ΝΧ αυτού και ΝΧ(Η) = 29, επομένως ΑΧ(H) = 29. Αυτό είναι λογικό: σε αντίθετη περίπτωση θα είχαμε χρονική μετατόπιση του όλου Έργου αργότερα! Διατρέχοντας το διάγραμμα προς τον αρχικό κόμβο, υπονοείται και πάλι μία συγκεκριμένη σειρά για τον υπολογισμό του ΑΧ των κόμβων, η οποία καθορίζεται από τα εξερχόμενα τόξα για τα οποία είναι γνωστός ο ΑΧ του πέρατός τους. Ακολουθεί ο υπολογισμός του ΑΧ για όλους τους κόμβους:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ΑΧ(H) | = τελικός κόμβος | = ΝΧ(H) = 29 |
| ΑΧ(F) | = ΑΧ(H)−(διάρκεια F-H) | = 29−3 = 26 |
| ΑΧ(G) | = ΑΧ(H)−(διάρκεια G-H) | = 29−5 = 24 |
| ΑΧ(E) | = min{ΑΧ(F)−(διάρκεια E-F), ΑΧ(H)−(διάρκεια E-H), ΑΧ(G)−( διάρκεια E-G)} | = min{26−10, 29−3, 24−7} = 16 |
| ΑΧ(C) | = min {ΑΧ(E)−( διάρκεια C-E), ΑΧ(G)−( διάρκεια C-G)} | = min{16−6, 24−4} = 10 |
| ΑΧ(D) | = min {ΑΧ(F)−( διάρκεια D-F), ΑΧ(E)−( διάρκεια D-E)} | = min{26−9, 16−7} = 9 |
| ΑΧ(B) | = min{ΑΧ(D)−( διάρκεια B-D), ΑΧ(E)−( διάρκεια B-E), ΑΧ(C)−( διάρκεια B-C)} | = min{9−5, 16−8, 10−5} =4 |
| ΑΧ(A) | = min {ΑΧ(D)−( διάρκεια A-D), ΑΧ(B)−( διάρκεια A-B)} | = min{9−3, 4−4} = 0 |

 Όπως αναμενόταν, ο ΑΧ του αρχικού κόμβου είναι 0. Αν είχε άλλη τιμή, αυτό θα σήμαινε ότι θα μπορούσαμε να ξεκινήσουμε το όλο Έργο καθυστερημένα και παρ’ όλα αυτά να το ολοκληρώσουμε στον προγραμματισμένο χρόνο!Στο Βήμα 3 βρίσκουμε το περιθώριο καθυστέρησης κόμβου (ΠΚΚ) για κάθε κόμβο (γεγονός), όπως φαίνεται στη συνέχεια:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Κόμβος | A | B | C | D | E | F | G | H |
| ΠΚΚ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |

 Αυτό το μικρό διάγραμμα PERT έχει πολύ στενά χρονικά περιθώρια: μόνο δύο από τους κόμβους έχουν μη μηδενικό περιθώριο καθυστέρησης. Μεγαλύτερα διαγράμματα με πολλές παράλληλες δραστηριότητες έχουν συχνά κόμβους με πολύ μεγαλύτερα περιθώρια καθυστέρησης.Στο Βήμα 4 βρίσκουμε το συνολικό περιθώριο καθυστέρησης τόξου (ΠΚΤ) για κάθε τόξο (δραστηριότητα), όπως φαίνεται στη συνέχεια:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Τόξο | AB | AD | BC | BD | BE | CE | CG | DE | DF | EF | EG | EH | FH | GH |
| ΠΚτ | 0 | 6 | 1 | 0 | 4 | 1 | 11 | 0 | 8 | 0 | 1 | 10 | 0 | 1 |

 Σε αυτό το μικρό παράδειγμα, τα τόξα έχουν κάπως μεγαλύτερα περιθώρια καθυστέρησης σε σχέση με τους κόμβους. Αργότερα θα δούμε πώς μπορούμε να εκμεταλλευθούμε το αυτό περιθώριο καθυστέρησης για να προσαρμόσουμε τις απαιτήσεις σε πόρους.Τέλος, στο Βήμα 5, βρίσκουμε την κρίσιμη διαδρομή συνδέοντας τους κόμβους με μηδενικό περιθώριο καθυστέρησης μέσω των τόξων με μηδενικό περιθώριο καθυστέρησης. Στο Σχήμα 2 παρουσιάζεται η κρίσιμη διαδρομή για το διάγραμμα PERT του παραδείγματός μας. Οι κόμβοι και τα τόξα με μηδενικό περιθώριο καθυστέρησης σημειώνονται με έντονες γραμμές. Αν παρακολουθήσατε προσεκτικά τη διαδικασία, μπορεί να παρατηρήσατε ότι η κρίσιμη διαδρομή του διαγράμματος PERT είναι στην πραγματικότητα η μεγαλύτερη διαδρομή μέσω της οποίας μπορεί να διατρέξει κανείς το διάγραμμα.http://www.publicprocurementguides.treasury.gov.cy/OHS-GR/HTML/embim1070.png**Σχήμα 2: Η κρίσιμη διαδρομή** |